

## Exercices « Formules trigonométriques »

### Exercice 1 : Formules trigonométriques (I)

Calculer les valeurs exactes des quantités suivantes :

1.  $\cos(\pi/12)$
2.  $\sin(11\pi/12)$
3.  $\cos(\pi/8)$
4.  $\sin(7\pi/8)$

### Exercice 2 : Formules trigonométriques (II)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les (in)équations suivantes

1.  $\cos(x) + \sin(x) \geq 1$
2.  $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) \geq 1$
3.  $\cos(2x) + 2\sin(x) = 0$
4.  $\sin(2x) - 2\sin(x) = 0$
5.  $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) = 0$
6.  $\cos(3x) - \sin(2x) = 0$  [difficile]

### Exercice 3 : Tangente

Donner le nombre de solutions dans  $[0, \pi]$  de l'équation

$$\tan(x) + \tan(2x) + \tan(3x) + \tan(4x) = 0$$

### Exercice 4 : Fonctions trigonométriques réciproques

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  (sauf mention explicite du contraire) les équations trigonométriques suivantes :

1.  $10 \cos(8\theta) = -5$
2.  $2 \sin(\theta/4) = \sqrt{3}$
3.  $2 \sin(\theta/4) = \sqrt{3}$  dans  $[0, 16\pi]$
4.  $10 + 7 \tan(4\theta) = 3$  dans  $[-\pi, 0]$ .
5.  $3 - 4 \sin(4\theta) = 5$  dans  $[-3\pi/2, -\pi/2]$
6.  $2 \cos^2(x) - 3 \cos(x) + 1 = 0$  dans  $[0, 2\pi]$

### Exercice 5 : Inéquations

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  (sauf mention explicite du contraire) les équations suivantes :

1.  $|\cos(x)| \geq |\sin(x)|$
2.  $\ln(\cos^2(x)) = 0$
3.  $2 \ln(\cos(x)) = 0$
4.  $\sqrt{1 - \cos^2(x)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

5.  $e^{\cos(x)} \leq 1$

**Exercice 6 : arcsin**

On cherche à calculer  $X = \arcsin \left( -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} \right)$ .

1. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

2. Appliquer la formule précédente à  $x = \frac{\pi}{8}$ .

3. En déduire la valeur de  $X$ .

4. Vérifier que vous n'avez pas fait de fautes, par exemple avec une calculatrice.

**Exercice 7 : Produit de cosinus**

Soit  $a \in (0, \pi)$ . Calculer pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$

$$\prod_{k=1}^n \cos \left( \frac{a}{2^k} \right)$$

On pourra utiliser  $\sin(2x) = 2 \cos(x) \sin(x)$ . En déduire

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \ln \left( \cos \left( \frac{a}{2^k} \right) \right)$$