Série des exercicres nombres complexes : L1 FDV

Exercice 1 :

Mettre sous forme algébrique a+ib, avec a,b $\in \mathbb{R}$, les complexes suivants :

$z_1 = \frac{1+2i}{3-4i}$; $z_2 = \frac{11+5i}{1-i} + \frac{11-5i}{1+i}$; $z_3 = (\frac{1+i}{3-i})^2$; $z_4 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ $z_5 = -\frac{2}{1-i\sqrt{7}}$; $z_6 = \frac{(1+i)^9}{(1-i)^5}$; $z_7 = \frac{1}{(1+3i)(2-i)}$; $z_8 = \frac{(1+11i)^2}{1-i}$; $z_9 = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$; $z_{10} = \frac{2e^{\frac{i\pi}{4}}}{e^{\frac{-3i\pi}{4}}}$ $z_{11} = 2e^{\frac{i\pi}{4}} \cdot e^{\frac{-3i\pi}{4}}$; $z_{12} = 2\frac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{3e^{\frac{5i\pi}{6}}}$

Exercice 2 :

1. Déterminer l'expression exponentielle des nombres complexes suivants :
   $z_1 = \frac{1+i}{1-i} =$; $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$; $z_3 = \frac{-2}{1+i}$; $z_4 = \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}$ z_5=sinx + i cosx ;
2. En déduire les complexes suivants :
   z_1^2 ; z_2^4 ; $z_2^5 + \overline{z_2}^5$; $\frac{z_2^3}{1-i}$

Exercice 3 :

Soit u et v les deux complexes définis par :

$$u = 1 + i \qquad v = 1 + i\sqrt{3}$$

1. Déterminer les modules de u et v
2. Déterminer les arguments de u et v
3. Soit z le nombre complexe défini par :

   $$z = \frac{u}{v}$$

   Déterminer la forme algébrique de z
4. Déterminer la forme trigonométrique de z
5. Déterminer le module et un argument de z
6. En déduire les valeurs de :

   $$cos(\frac{-5\pi}{12}) \text{ et } sin(\frac{5\pi}{12})$$

Exercice 4 :

Ecrire sous forme algébrique et puis trigonométrique le nombre complexe ci-dessous :

$$z = (\frac{1+i-\sqrt{3}(1-i)}{1+i})^2$$

Exercice 5 :

(a) Déterminer le module et un argument de $\frac{1+i}{1-i}$ En en déduire la valeur de $(\frac{1+i}{1-i})^{2017}$

(b) Déterminer le module et un argument de $1+i\sqrt{3}$ En en déduire la valeur de $(1+i\sqrt{3})^{2010}$

(c) Déterminer les puissances n ème de :
$z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$; $z_2 = \frac{1+itan(\theta)}{1-itan(\theta)}$; $z_3 = 1 + cos(\phi) + isin(\phi)$;

Exercice 6 :

Linéariser les fonctions suivantes :

(a) $f = sinx^5$

(b) $g = cosx^3 \cdot sinx^4$

(c) $h = sinx^3 \cdot cosx^2$

Exercice 7 :

Comment choisir l'entier naturel pour que $(\sqrt{3}+i)^n$ soit réel ? Imaginaire ?